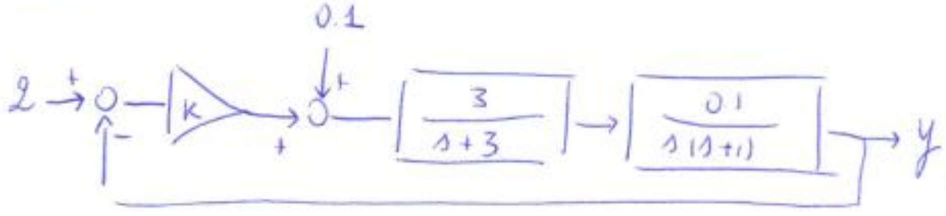
Prova 30/11/2016

Es. 1



1.A Analizzare stab. a ciclo chiuso

1.B ? k : ci sono 2 poli coincidenti nelle W_r^y

1.C per il k al punto precedente disegnare y

Quesito 1.A Per analizzare la stabilita a ciclo chiuso al variare di k ricaviamo il polinomio caratteristico. Il polinomio caratteristico si determina moltiplicando fra loro le FdT del controllore, dell'attuatore e del processo, e sommando successivamente fra loro il numeratore ed il denominatore della FdT "aggregata" cosi ottenuta

$$C(s)A(s)P(s) = k \cdot \frac{3}{s+3} \cdot \frac{0.1}{s(s+1)} = \frac{0.3k}{s(s+1)(s+3)}$$

$$P_{cl} = s(s+1)(s+3) + 0.3K$$

$$= (s^2+s)(s+3) + 0.3K =$$

$$= s^3 + 4s^2 + 3s + 0.3K$$

Hurwitz M

$$4 \cdot 3 > 0.3K$$

$$K < \frac{12}{0.3} = \frac{12 \cdot 10}{3} = 40$$

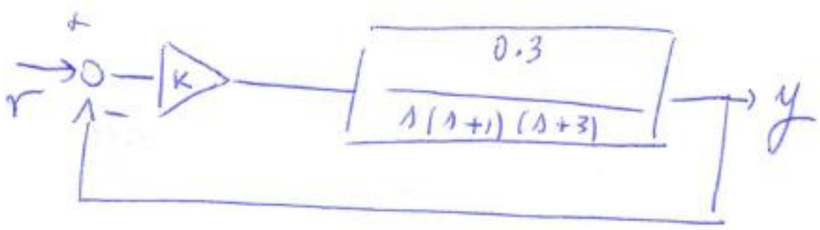
Il sistema di controllo è pertanto:

Asintoticamente stabile a ciclo chiuso se $0 < k < 40$

Al limite di stabilita se $k = 40$

Instabile se $k > 40$

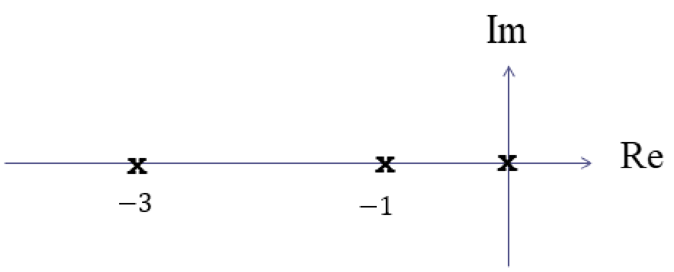
Quesito 1.B



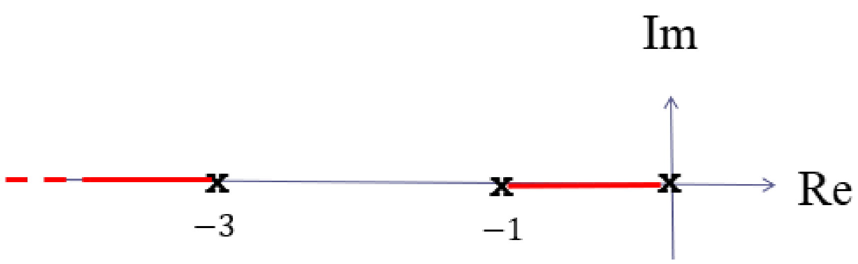
$$L(s) = \frac{0.3}{s(s+1)(s+3)}$$

Tracciamo il luogo delle radici, individuiamo il punto doppio ed operiamone la taratura.

Riportiamo sul piano le posizioni dei poli e degli zeri della L(s)



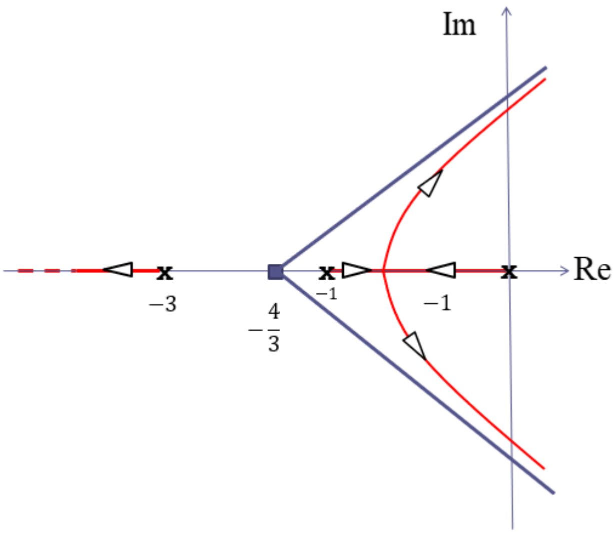
e individuiamo i segmenti dell’asse reale che appartengono al luogo delle radici



Il segmento che va dal polo in -3 verso meno infinito è uno dei rami del LdR. Il segmento che unisce il polo in -1 con l’origine non è un ramo del LdR.

Disegniamo gli asintoti.

Centro stella: $x_s = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} p_i - \cancel{\sum_{i=1}^{m} z_i}}{n-m}$ $\qquad x_s = \frac{-1-3}{3} = -\frac{4}{3}$



I due rami che partono rispettivamente dall'origine e dal polo in -1 vanno l'uno verso l'altro e si incontrano in un punto doppio per poi abbandonare l'asse reale e convergere verso gli asintoti.

Calcoliamo l'ascissa del punto doppio.

Eq. punto doppio

$$\sum \frac{1}{s^* - p_i} - \sum \frac{1}{s^* - z_i} = 0$$

$$\emptyset$$

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s+1} + \frac{1}{s+3} = 0$$

$$\frac{(s+1)(s+3) + s(s+3) + s(s+1)}{s(s+1)(s+3)} = 0$$

$$s^2 + 4s + 3 + s^2 + 3s + s^2 + s = 0$$

$$3s^2 + 8s + 3 = 0 \qquad s_{1,2} = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 36}}{6} =$$

$$= \frac{-8 \pm \sqrt{28}}{6} = \frac{-8 \pm 5.29}{6} = \begin{cases} -2.2 \\ -0.4 \end{cases}$$

p.to doppio: $\boxed{-0.45}$

Taratura : $\bar{K} = 0.3$

$$K = \frac{1}{0.3} \, p_1 \, p_2 \, p_3 = \frac{1}{0.3} \cdot (0.45)(0.55) \cdot (2.55) = 2.1$$

$$W_r^y = \frac{\dfrac{0.3K}{s(s+1)(s+3)}}{1 + \dfrac{0.3K}{s(s+1)(s+3)}} = \frac{0.3K}{s(s+1)(s+3) + 0.3K}$$

$\downarrow \mu = 1$

* 2 poli in ≈ -0.45 $\left(\tau = \frac{1}{0.45} = 2.22 \, s \right)$
un 3° polo sicuramente + a
sinistra di -3 $\rightarrow$ lo trascuriamo !

$$W_d^Y = \frac{\dfrac{0.3}{s(s+1)(s+3)}}{1 + \dfrac{0.3K}{s(s+1)(s+3)}} = \frac{0.3}{s(s+1)(s+2) + 0.3K}$$

$\downarrow$

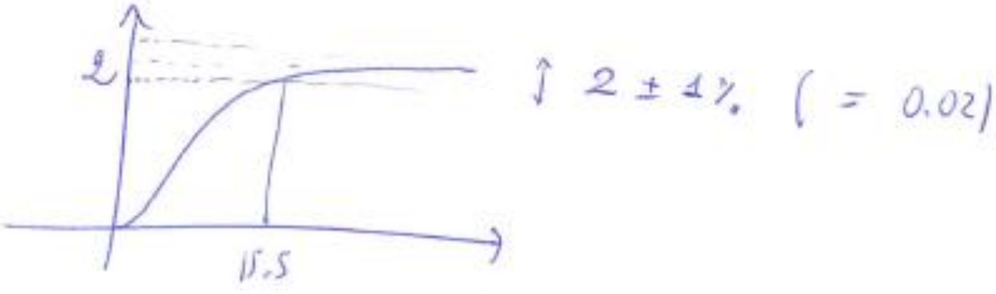
$\mu = \frac{1}{2.1} = 0.47$

	5%	2%	1%
$\frac{1}{(1+Ts)^2}$	$5T$	$6T$	$7T$

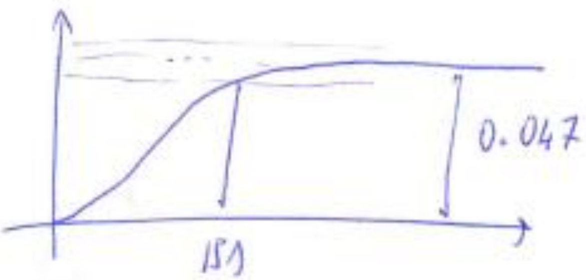
$7\tau \simeq 15.5 \, s$

$t_{a_{1\%}} = \underline{15.5 \text{ secondi}}$

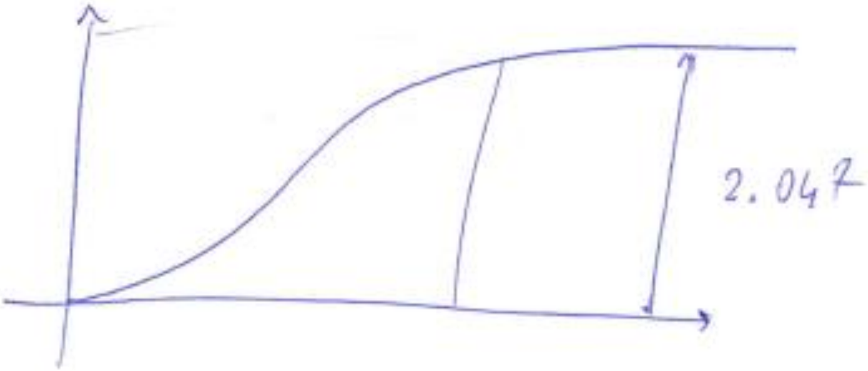
solo il set point



solo disturbo



entrambi : li sommo !



es 2)

$R(s) = K_R$

2.a $S1 \rightarrow$ gratis

$S2 \rightarrow \frac{1}{K_R} \leq 0.05 \rightarrow K_R \geq 20$

2.c

S3 risp. monotona, con $\boxed{t_{a2\%} \leq 1.2\,s}$

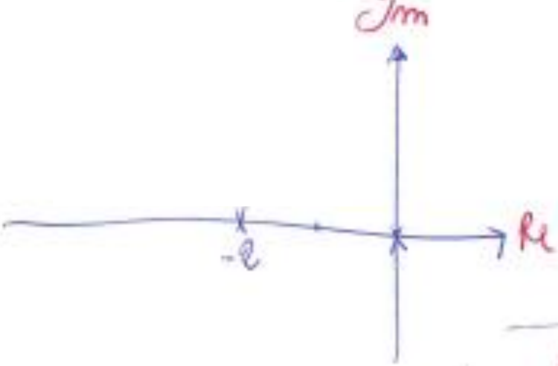
$\downarrow$

× sist del 2° ordine

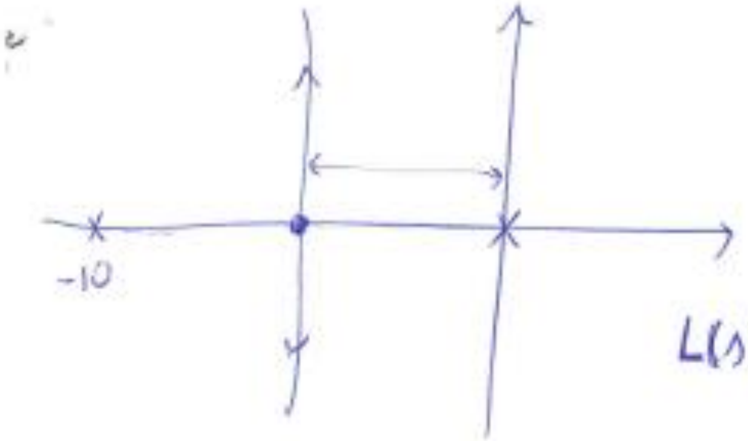
3 4 5
5 6 7

$6\tau \leq 1.2\,s \rightarrow \tau \leq 0.2 \rightarrow \boxed{p \leq -5}$

$\boxed{A^* = -\frac{6}{\tau} = -\frac{6}{1.2} = -5}$



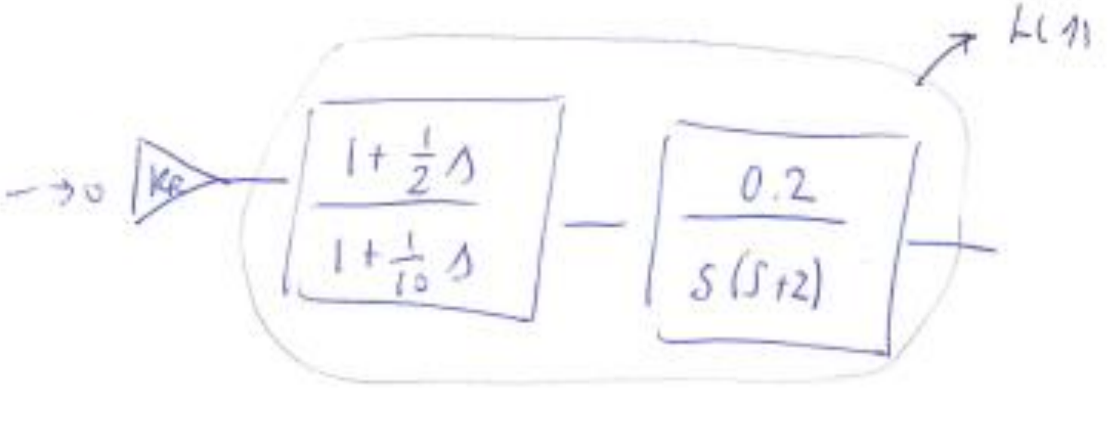
$R(s) = \bar{K}_R \frac{(s+2)}{(s+10)} = K_R \frac{1 + \frac{1}{2}s}{1 + \frac{1}{10}s}$



$$L(s) = \frac{\left(1+\frac{1}{2}s\right)}{1+0.1s} \cdot \frac{0.2}{s(s+2)}$$

$$K_R^* = \frac{1}{\bar{K}} \cdot p_1 \cdot p_2 = \qquad = \boxed{125} \quad \text{OK}$$

$$\bar{K} = \frac{0.2 \cdot \frac{1}{2}}{\frac{1}{10}} = \frac{0.2 \cdot 10}{2} = 1$$



$L(s) =$

$$\bar{K} = \frac{0.2 \cdot \frac{1}{2}}{\frac{1}{10}} = \frac{0.2 \cdot 10}{2} = 1$$